-1.415 Matematiikan peruskurssi V3 syksy 2001
`://www.math.hut.fi/teaching/v/3/H/`

kuharjoitus 3 (viikko 40 , 2 – 5.10.2001)

uviikko (AV)

Todista: Jos y_1 ja y_2 ovat (HY):n $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ ratkaisuja, niin mielivaltainen lineaarikombinaatio $y = C_1y_1 + C_2y_2$ on myös.

(a) Ratkaise (AA)-tehtävä $8y'' - 2y' - y = 0, \quad y(0) = -0.2$,
$y'(0) = -0.325$ (Älä ujostele käyttää Matlabia lineaariseen yhtälösysteemiin.)

(b) Muodosta yleinen ratkaisu yhtälölle $y'' + 2ky' + k^2y = 0$.

Muodosta yleinen ratkaisu yhtälölle $16y'' - 8y' + 5y = 0$.
sekä reaalisten että kompleksisten kantafunktioiden avulla.

Ratkaise lisäksi (AA)-tehtävä $y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$ kumpaakin kantaa käyttäen ja totea, että saat saman tuloksen.

Johda (vaimentamattoman) harmonisen värähtijän ratkaisun $y(t)$ kaava, kun alkuehtoina käytetään yleisiä symboleja $y(0) = y_0, y'(0) = v_0$. Merkitse normaaliin tapaan $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ja yhtälöhän on $my'' + ky = 0$.

Saata kaava myös muotoon $y(t) = C\cos(\omega_0 t - \delta)$ (eli määritä C:n ja δ:n lausekkeet y_0:n,v_0:n ja ω_0:n avulla.

100:n gramman massa venyttää jousta 5 cm. Massa pannaan liikkeelle antamalla sille tasapainoasemassa alaspäin suuntautuva alkunopeus 10 m/s. Ei ilmanvastusta, ei kitkaa. Määritä massapisteen asema $y(t)$ ajan funktiona. Milloin massapiste sivuuttaa ensimmäisen kerran tasapainoasemansa? Kuinka monta värähdysjaksoa syntyy minuutissa?

Ratkaise alkuarvotehtävä $\begin{cases} y'' + 4y' + 13y = \cos t \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$

"reseptin mukaan"
1) Homog. yht. (HY) karakt. yht. avulla
2) Yrite y_p epähomogeeniyhtälön (EHY) erityisratkaisun löytämiseksi.
3) Integroimisvakiot alkuehdoista.

7. Johda vaimentamattoman pakkovärähtelyn resonanssitapauksessa ($\omega = \omega_0$) EHY:n erityisratkaisu [1] lähtemällä yritteestä $y_p(t) = t(a\cos\omega_0 t + b\sin\omega_0 t)$. Miten amplitudi käyttäytyy, kun $t \to \infty$. Havainnollista kuvin.

Loppuviikko (LV)

1. jpo

```
http://matta.hut.fi/matta/deltampl/delta1/index.html
Sovellukset
  Värähtelevä jousi

restart;
yht:= m*diff(x(t), t$2)+k*x(t)=0;
alkuehdot:= x(0)=0, D(x)(0)=10;
rtk:= dsolve({yht, alkuehdot}, x(t));
rata1:=subs({k=1, m=1}, rtk);
plot(rhs(rata1), t=0..4*Pi);

with(plots): with(plottools):
jousi:= proc(ala, yla, paa, jaksot)
  local ampl, jakso;
  ampl:= 3;
  jakso:= (yla-ala-2*paa)/jaksot;
  plot(
  [[ampl*sin(2*Pi*r/jakso),
  r+ala+paa, r=0..jaksot*jakso],
  [0, ala+r, r=0..paa],
  [0, yla-r, r=0..paa]], color=black);
  end:

  kappale:= proc(hor, lev, kor)
  rectangle([-0.5*lev, hor+0.5*kor],
  [0.5*lev, hor-0.5*kor], color=gray)
  end:

  varahtelija:= proc(y0, t0)
```

[1] EHY = Epähomogeeniyhtälö

```
cal lev, kor, paa, lepo, y1;
v:= 20; kor:= 10; paa:= 5; lepo:= 50;
:= -lepo+subs(t=t0/(2*Pi), subs(y0,x(t)));
splay(
ctangle([-50, 0], [50, 5], color=gray),
ppale(y1, lev, kor),
usi(y1+kor/2, 0, 5, 5));
d:
lay(seq(varahtelija(rata1, u), u=0..39), insequence=true, axes=none,
aling=constrained);
```