

# Mat-1.414 Matematiikan peruskurssi V2, kevät 2001

Apiola

## 2. välikoe 26.3. 2001

Muistathan kirjoittaa nimesi ja muut vaadittavat jokaiseen vastauspaperiin!

### Sallittu: funktiolaskin

- Määritä tason  $x + y + z = 6$  ja pallon  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$  leikkauskäyrän tangenttivektorin suuntainen vektori pisteessä  $(1, 2, 3)$  ja kirjoita tangentsuoran yhtälö.
- Määritä matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/6 & -1/12 \\ 0 & 1/2 & -1/6 & -1/12 \\ 0 & 0 & 1/3 & -1/12 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

Ominaisarvot sekä suurinta ominaisarvoa vastaava ominais(yksikkö)vektori  $v_1$ .

Päättele, että matriisin ominaisvektoreista voidaan muodostaa  $\mathbb{R}^4$ :n kanta (ei edellytä laskemista).

Olkkoon  $\mathbb{R}^4$ :n vektori  $u_0$  esitetty ominaisvektorikannan  $v_1, \dots, v_4$  avulla :  $u_0 = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3 + c_4 v_4$ . Mitä rajavektoria lähestyy iteroimalla muodostettu jono

$u_{n+1} = Au_n, n = 0, 1, 2, \dots$ , kun  $n \rightarrow \infty$  ?

- Muunna toisen asteen käyrä  $17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100$  pääakselikoordinaatteihin. Määritä pääakselien suunnat (normeeratut ominaisvektorit) ja pituudet ("iso ja pikkuakseli") ja hahmottele kuva.
- Olkkoon  $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$ . Määritä  $f$ :n kriittiset pisteet ja niiden luonne. Määritä myös globaalit ääriarvot koko  $\mathbb{R}^2$ :ssa, mikäli ovat olemassa (perustelee).

Huom: Tämä ei ole sama kuin eräs harjoitustehtävä.

Laskutyön (ja turhien virheiden) vähentämiseksi annetaan tässä Maplella generoituja kaavoja. Jos osaat päätellä, mitä on laskettu, voit käyttää hyväksesi.

$$[(y - 2x^2y) e^{-x^2-y^2}, (x - 2xy^2) e^{-x^2-y^2}]$$

$$\begin{bmatrix} (-6xy + 4x^3y) e^{-x^2-y^2} & (1 - 2x^2 - 2y^2 + 4x^2y^2) e^{-x^2-y^2} \\ (1 - 2x^2 - 2y^2 + 4x^2y^2) e^{-x^2-y^2} & (-6xy + 4xy^3) e^{-x^2-y^2} \end{bmatrix}$$