Teknillinen korkeakoulu
Mat-5.187 Epälineaarisen elementtimenetelmän perusteet (Mikkola/Ärölä)
7. harjoitus ke 19.3.2003 klo 10-12 U356

1. Tarkastellaan poikittaisesti isotrooppista (*transversely isotropic*) materiaalia yksiaksialisessa jännitystilassa. Kyseisellä materiaalilla on kaksi kohtisuoraa suuntaa x_2, x_3, joissa materiaaliominaisuudet ovat samat ja näitä vastaan kohtisuora suunta x_1, jossa materiaaliominaisuudet poikkeavat edellisistä. Lähtien liikkeelle konstitutiivisesta yhteydestä

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla \mathcal{T}} = \mathbf{C}^{\sigma \mathcal{T}} : \mathbf{D} \tag{1}$$

johda yksiaksiaalisen jännitystilan tangenttimodulien $E^{\sigma \mathcal{T}}$ ja $E^{\sigma J}$ lausekkeet (Box 5.1)

$$\sigma_{11}^{\nabla \mathcal{T}} = E^{\sigma \mathcal{T}} D_{11}, \qquad E^{\sigma \mathcal{T}} = C_{1111}^{\sigma \mathcal{T}} - 2\hat{\nu}\, C_{1122}^{\sigma \mathcal{T}} \tag{2}$$

$$\sigma_{11}^{\nabla J} = E^{\sigma J} D_{11}, \qquad E^{\sigma J} = E^{\sigma \mathcal{T}} + (1 + 2\hat{\nu})\sigma_{11}. \tag{3}$$

2. Osoita, että elasto-plastisen tangenttimodulin lauseke (B5.7.7)

$$\mathbf{C}^{\tau J} = \mathbf{C}_{el}^{\tau J} - \frac{(\mathbf{C}_{el}^{\tau J} : \mathbf{r}) \otimes (f_{\boldsymbol{\Sigma}} : \mathbf{C}_{el}^{\tau J})}{-f_{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{h} + f_{\boldsymbol{\Sigma}} : \kappa \mathbf{r} + f_{\boldsymbol{\Sigma}} : \mathbf{C}_{el}^{\tau J} : \mathbf{r}} \tag{4}$$

voidaan kirjoittaa myös muodossa (B5.7.8)

$$\mathbf{C}^{\tau J} = K \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu(\boldsymbol{I}^{\mathrm{dev}} - \gamma \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}}) = \lambda^e \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{I} - 2\mu\gamma \hat{\mathbf{n}} \otimes \hat{\mathbf{n}}\,, \tag{5}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + (H + \kappa')/(3\mu)}\,, \qquad \hat{\mathbf{n}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\mathbf{r}\ . \tag{6}$$

3. Osoita, että kolmen toisen kertaluvun tensorin $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ ja $\mathbf{C}$ välillä pätee laskukaava

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) : \mathbf{C} = (\mathbf{B} : \mathbf{C})\mathbf{A}. \tag{7}$$

4. Johda kimmoplastisen tangenttimodulin lauseke (B5.10.8)

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C} - \frac{(\mathbf{C} : \mathbf{r}) \otimes (f_{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{C})}{-f_{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{h} + f_{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{C} : \mathbf{r}} \tag{8}$$

ja sovella tapaukseen

$$\mathbf{C} = K \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{I}^{\mathrm{dev}}, \quad \mathbf{r} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \tag{9}$$

$$f = \overline{\sigma} - \sigma_y(\overline{\epsilon}), \quad \overline{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\, \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{dev}} : \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{dev}}}\ . \tag{10}$$