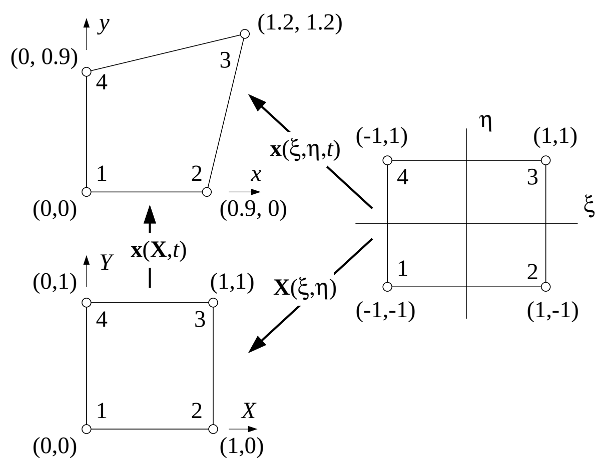
Teknillinen korkeakoulu
Mat-5.187 Epälineaarisen elementtimenetelmän perusteet (Mikkola/Ärölä)
11. harjoitus ti 15.4.2003 klo 14-16 U356

1. Osoita, että päivitetyn Langrangen formulaation mukainen kriittinen aika-askel (6.6.61) on sama kuin kokonais Lagrangen tapauksessa (6.6.63). Käytä yksiaksiaalisen muodonmuutostilan mukaisia tangenttimodulien lausekkeita.

2. Tutki kaksidimensioisen stationääritilan lämmönjohtumisyhtälön
$$(K_{mn}\theta_{,n})_{,m} = 0 \tag{1}$$
ratkaisun stabiliteettiä äärettömässä alueessa lisäämällä tasapainotilan ratkaisuun $\bar{\theta} = vakio$ muotoa
$$\tilde{\theta} = e^{\omega t + i\kappa \mathbf{n}\cdot\mathbf{x}}, \quad i = \sqrt{-1},\ \kappa \in \mathbb{R} \tag{2}$$
oleva häiriö ja käyttämällä tämän jälkeen transientin lämmönjohtumisen yhtälöä. Millä ehdoilla ratkaisu on stabiili, jos K_{mn} on symmetrinen?

3. Johda kuvan 1 mukaiselle nelisolmuiselle elementille materiaalisen tangenttijäykkyyden $\mathbf{K}^{mat}$ ja geometrisen jäykkyysmatriisin $\mathbf{K}^{geo}$ lausekkeet tasovenymätilassa.



Kuva 1: Tehtävissä (3) ja (4) tarkasteltava nelisolmuinen elementti.

4. Nelisolmuisen tasovenymätilaelementin alkutilan solmukoordnaatit $\mathbf{X}_e$ ja nykytilan solmukoordinaatit $\mathbf{x}_e$ ovat kuvan (1) mukaisesti
$$\mathbf{X}_e = \left[\ \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{Bmatrix} \quad \cdots \quad \begin{Bmatrix} X_4 \\ Y_4 \end{Bmatrix}\ \right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0.9 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2 & 0.9 \end{bmatrix}. \tag{3}$$
Laske tehtävässä (3) johdetut matriisit $\mathbf{K}^{mat}$ ja $\mathbf{K}^{geo}$ suorittamalla integroinnit Gaussin 2×2 kaavalla. Materiaalimalli on Neo-Hookelainen, jolle pätee
$$\sigma_{ij} = \frac{\mu_0}{J}(B_{ij} - \delta_{ij}) + \frac{\lambda_0}{J}(\ln J)\delta_{ij}, \qquad (\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T), \tag{4}$$
$$C^{\sigma\mathcal{T}}_{ijkl} = \lambda'\delta_{ij}\delta_{kl} + 2\mu'\delta_{ik}\delta_{jl}, \qquad \lambda' = \frac{\lambda_0}{J}, \quad \mu' = \frac{\mu_0 - \lambda_0 \ln J}{J}, \tag{5}$$
missä $J = \det \mathbf{F}$ on Jacobin determinatti ja $\lambda_0 = \mu_0 = 100.0$ ovat materiaalivakioita.