

MS-A0207 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (Chem)

1. välikoe 26.1.2016

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!**Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!***1.**(a) Missä xy -tason pisteissä funktio

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y}, & x > 0 \text{ ja } y > 0, \\ 0, & x \leq 0 \text{ tai } y \leq 0, \end{cases}$$

on jatkuva? Perustele lyhyesti!

(b) Olkoon $f(s, t) = g(s^2t + s, t^2 - s)$ eli f on funktion $g(x, y)$ ja funktion $h(s, t) = \begin{bmatrix} s^2t + s \\ t^2 - s \end{bmatrix}$ yhdistetty funktio. Oleta, että $f_s(-1, 1) = 3$ ja $f_t(-1, 1) = -1$. Määritä funktion g gradientti eli derivaatta pisteessä $(0, 2)$.**2.**(a) Määritä funktion $f(x, y, z) = x + yz + z^2$ suunnattu derivaatta pisteessä $(1, -1, -1)$ suuntaan $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.(b) Määritä vakio c siten, että $u(x, y) = f(x^2 + cy^2)$ on osittaisdifferentiaaliyhtälön $yu_x(x, y) + 2xu_y(x, y) = 0$ ratkaisu kun f on mikä tahansa jatkuvasti derivoituva funktio.**3.** Suure A lasketaan kaavasta $A = B^2 + 3BC$ kun $B \approx -2$ ja $C \approx 3$. Miten iso voi virhe C :n arvossa itseisarvoltaan korkeintaan olla jos tiedetään, että virhe B :n arvossa on itseisarvoltaan korkeintaan 0.006 ja vaaditaan, että lineaarinen approksimointi antaa A :n virheen itseisarvolle ylärajaksi 0.06?**4.** Esitä miten Newtonin menetelmällä voidaan approksimatiivisesti ratkaista yhtälösystemi

$$xy^2 = 2xy + 2,$$

$$x^2 = y + 2.$$

Laske yksi iteraatiokierros alkuarvoilla $x_0 = -1, y_0 = 1$ tai selitä millä Matlab/Octaven komennoilla voisit laskea monta iteraatiokierrosta.